

# ブラックホールの熱力学とホーキング放射

中村研究室 石原光

アインシュタインの一般相対性理論はニュートンの万有引力の法則を拡張し、時空の構造と重力現象を統一的に説明する理論である。この理論によって、時空の曲率と物質・エネルギーの分布を結びつけるアインシュタイン方程式が確立され、宇宙や天体の構造や進化を説明する基盤が作られた。質量分布が一様等方な場合の厳密解がシュヴァルツシルトによって発見されたが、そこから光でさえその重力から逃れられない高密度の天体、つまりブラックホールの存在が示唆された。

シュヴァルツシルト解に加えて、帯電もしくは回転しているもの、また両方の性質を持ったブラックホールについての解が議論され、ブラックホールは質量  $M$ 、角運動量  $J$ 、電荷  $Q$  の3つのパラメータで特徴づけられることが示された。表面重力  $\kappa$ 、表面積  $A$ 、電磁ポテンシャル  $\Phi$  が一定であるとき、パラメータの微小変化に対して以下の関係が成立する。

$$c^2 dM = \frac{\kappa c^2}{8\pi G} dA + \Omega dJ + \Phi dQ$$

この式と熱力学第1法則

$$dE = TdS - pdV + \mu dN$$

との類似性、また計量の時間成分を解析接続して虚時間方向の周期境界条件を仮定することにより、エントロピーに関してベッケンシュタイン・ホーキングの面積則 [1,2]

$$S = \frac{k_B c^3}{4G\hbar} A$$

が得られる。これはブラックホールが熱力学的性質を持った物体であること、またその表面積に比例するエントロピーを持つことを意味しており、さらに有限の温度の存在により熱放射を起こすことが考えられる。また表式にプランク定数  $\hbar$  が現れることから、それは量子力学的な現象であることが示唆される。

このような考察から提唱されたのがホーキング放射である [2]。ホーキング放射について考える前に、それに類似した、加速度系におけるウンルー効果について議論する [3]。これは熱浴が存在しない慣性系が、加速度運動をする観測者には熱浴が存在しているように見える現象である。場の量子論による密度分布の計算により、観測者が感じる温度が  $T_U = \frac{\hbar a}{2\pi k_B c}$  となって、加速度  $a$  に比例することが示される。ホーキング放射は観測者が静止系から見たときの熱放射であるが、観測者が感じるブラックホールの表面の温度、すなわちホーキング温度は一般相対性理論における等価原理から、ウンルー温度  $T_U$  の加速度  $a$  をブラックホールの表面重力  $\kappa = \frac{c^4}{4GM}$  に読み替えることで  $T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM k_B}$  となる。

この結果はホーキング放射によりブラックホールの質量  $M$  が減少するほどブラックホールは過熱して、最終的にブラックホールが蒸発することを示唆している。この状況を考えたときに、1つの矛盾が生じる。熱放射は量子力学的な過程であり、混合状態となる。一方、ブラックホールに落ち込む物質が純粋状態である場合、ホーキング放射の過程で混合状態に変化することで、量子力学のユニタリ性を破ることになる。これがブラックホール情報パラドックスという問題である。本発表では、以上の議論の詳細を説明する [4]。

## 参考文献

- [1] J. D. Bekenstein, *Black holes and the second law*, Lett. Nuovo Cim. **4**, 737 (1972)
- [2] S. W. Hawking, *Particle creation by black holes*, Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975)
- [3] W. G. Unruh, *Notes on black-hole evaporation*, Phys. Rev. D **14**, 870 (1976)
- [4] D. Lüst and W. Vleeshouwers, *Black Hole Information and Thermodynamics*, SpringerBriefs in Physics (2019)