

電子ガスと宇宙論の類似性

中村研究室 益田奨平

近年、量子基礎論の分野において、一般相対性理論で議論される宇宙論やブラックホールとの関連づけから新しい知見が得られている。本発表では、空間的に一様で等方な Coulomb 系 (電子ガス) の時間発展を表す方程式が、宇宙論における空間のスケール因子に対する方程式 (Friedmann 方程式) と類似の構造を持つことを議論した論文 [1] のレビューを行う。

一般相対性理論による宇宙論では、Einstein 方程式から膨張宇宙を表す Friedmann 方程式が得られることが知られている。

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} - \frac{kc^2}{a^2}$$

ここで、 $a(t)$ はスケール因子と呼ばれる宇宙の大きさの尺度を表す量で、 k は曲率、 Λ は宇宙定数である。曲率の正負、ゼロかにより宇宙は場合分けできて、 $k > 0$ は閉じた宇宙、 $k = 0$ は平坦な宇宙、 $k < 0$ は開いた宇宙と呼ばれる。また、Friedmann 方程式は Newton 力学からも導出できることが知られている [2-5]。

一方、正電荷背景 n_0 を持つ一様で等方的な電子ガス (ジェリウム) の従う方程式は以下ようになる。

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{8\pi e^2}{3m} \left(n + \frac{n_0}{2}\right) - \frac{kc^2}{a^2}, \quad k = -\frac{2E}{mc^2}$$

ここで E はエネルギーである。このジェリウムの方程式は Friedmann 方程式と類似していて、電荷背景 n_0 が負の宇宙定数 Λ のような役割をすることがわかる。また、ジェリウムの方程式について電荷背景がない場合 ($n_0 = 0$) と、ある場合 ($n_0 \neq 0$) の両方についての解析を行うと、膨張する解と、膨張と収縮を繰り返す (ブリージングモード) が得られることが示す。

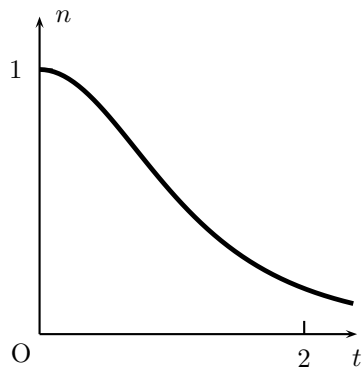


図 1: $n_0 = 0$ のときの密度 $n(t)$

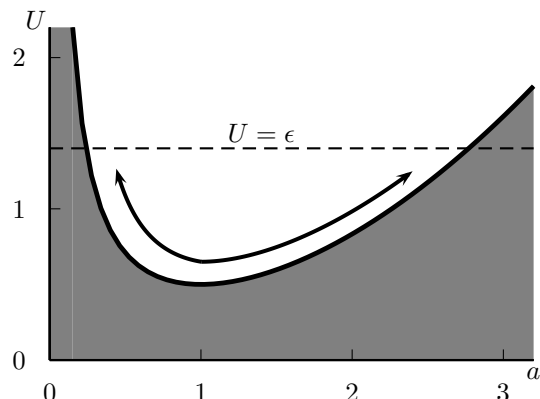


図 2: $n_0 \neq 0$ のときのポテンシャル $U(a)$

図 1 では時間の経過に伴い、最大密度からの減少、すなわち膨張することが分かる。一方、図 2 では井戸型ポテンシャルとなっているので、膨張と収縮を繰り返す (ブリージングモード) ことが分かる。

- [1] E. B. Kolomeisky, *Natural analog to cosmology in basic condensed matter physics*, Phys. Rev. B **100**, 140301 (2019)
- [2] E. A. Milne, *A Newtonian expanding universe*, Quart. J. Math. Oxford **5**, 64 (1934).
- [3] W. H. McCrea and E. A. Milne, *Newtonian universes and the curvature of space*, Quart. J. Math. Oxford **5**, 73 (1934).
- [4] W. H. McCrea, *Relativity theory and the creation of matter*, Proc. R. Soc. A **206**, 562 (1951).
- [5] W. H. McCrea, *Newtonian cosmology*, Nature (London) **175**, 466 (1955).