

2017年度 愛媛大学理学部物理学科 集中講義

量子物理学特別講義

- 量子系のエンタングルメントと幾何学 -

講師：松枝宏明（仙台高等専門学校 教授）

はじめに

この原稿は、愛媛大学理学部物理学科において、2017年度学部3・4回生向けに集中講義として開講される「量子物理学特別講義」の講義ノートである。講義題目は「量子系のエンタングルメントと幾何学」であり、同タイトルで昨年度出版した拙著 [1] (および [2]) の内容を中心に、多彩に展開する現代量子物理学の情報論的・幾何学的視点について講義する予定である。特に「エンタングルメント」「ホログラフィー」などの概念を丁寧に説明しながら、物性・素粒子・原子核などの分野の垣根を飛び越えて、今の物理学が抱えている根本的な問題に直接アプローチする思考法や方法論をお伝えしたいということが本講義の狙いである。

世話人の中村正明先生から与えられたミッションは、「学部生にもこの分野の面白さが伝わるような講義をして下さい」というなかなかハードルの高いものである。しかしながら、学部3・4回生といえば、理論物理の体系を学びながら、ようやく自分がどの専門性を目指していこうか考え実践し始める時期である。そのような時期に、本講義で対象としている異分野融合型の研究は、また違った形で学生達の刺激になるであろうことを期待したい。

これまで主として研究者・大学院生向けに講義をしてきた私としては、具体的な講義計画の策定は悩ましい問題である。しかしながら、ここしばらくの私の研究は、多体電子論・特異値分解・情報幾何などの自分が馴染んだ分野から、あくまで学部生でも十分理解できる非常に基本的な問題を繰り返し取り扱って、その奥に潜む数学的構造の理解に努めることであった。したがって、物理学科の学生にとっては必須の基礎物理の復習から出発して、丁寧に最先端の理論の入り口に繋げていくという最も地道な作戦が結局のところ功を奏するのかなという気がしている。そのため、第1章では、本論に進むうえで必要となる視点を交えながら、場の量子論の速習コースを実施する(かなり私見が入っており、あまり一般的な構成ではないことに注意)。時間的制約があるので、操作的な面をむしろ重視し、理論的精密さよりは使える技術を念頭に置いて講義を行う。このほうが体感的にエンタングルメントやホログラフィーなどの重要概念の理解が早いからである。またこれは私の研究室に集う高専の学生達に対するアプローチでもある。以上の準備の上で第2章(場の量子論の情報論的アプローチ)・第3章(一般相対論における重要問題)に進み、第4章ではそれらの相補性を議論する。第4章 §4.4 の内容に関しては、セミナーでより専門的な議論を行う。

色々な分野の知識が要求されるので、最初は分からないことが多い可能性が高いです。あまり身構えずに、素直に質問を発し、双方向で議論・納得しながら講義を作っていくことを特に意識してほしいです。皆様の積極的な参加に期待します。

目次

第1章	場の量子論・統計物理入門	5
1.1	基礎数学の復習	5
1.1.1	線形微分方程式と行列の固有値問題の対応	5
1.1.2	ブラ・ケット表記	6
1.1.3	調和振動子に対する変分計算	7
1.2	第二量子化	7
1.3	グリーン関数, ハイゼンベルグの運動方程式, 複合励起演算子	9
1.3.1	定式化	9
1.3.2	自由電子系	10
1.3.3	相互作用する量子系の問題と基底の階層構造	11
1.4	量子スピン系の基本的な性質	13
1.5	鈴木-Trotter 変換	17
1.5.1	Hausdorff の公式	17
1.5.2	鈴木-Trotter 変換	19
1.6	特異値分解によるくりこみ群理論の再構築	21
1.6.1	特異値分解	21
1.6.2	スケール分解の基本的な考え方	23
1.6.3	厳密なフラクタルの場合	26
1.6.4	Typicality としての画像: スピン構造の特異値分解	27
1.6.5	特異値分解の連続極限: メリン逆変換	29
第2章	エンタングルメントとテンソル積状態	33
2.1	エンタングルメント・エントロピーのスケール則	33
2.2	行列積状態・テンソル積状態	35
2.2.1	行列積による状態の因子化	35
2.2.2	行列積 Bethe 仮説	43
2.2.3	PEPS 形式	45
2.2.4	テンソル積状態	46
2.2.5	有限 χ スケーリング	49

2.3	階層的テンソルネットワーク	50
2.3.1	テンソルの階層化	50
2.3.2	エンタングルメントくりこみ群 (MERA)	52
2.3.3	因果円錐	55
2.3.4	MERA ネットワークの変分最適化	57
2.3.5	二重ヒルベルト空間と熱的真空状態	63
2.3.6	有限温度 MERA	65
第 3 章	ブラックホール熱力学	68
3.1	アインシュタイン方程式	68
3.2	球対称時空 (シュバルツシット解)	69
3.3	Bekenstein–Hawking の法則	69
3.4	熱的状态方程式としての Einstein 方程式	71
3.5	Rindler 時空の性質	72
3.6	熱場ダイナミクスとホーキング輻射	74
第 4 章	量子古典対応と重力・情報の深い繋がり	76
4.1	双曲的時空におけるバルク境界対応	76
4.2	GKP–Witten 関係式	76
4.3	笠–高柳の公式	78
4.4	エンタングルメント理論の情報幾何的視点	81
4.4.1	情報幾何の基礎とエンタングルメント熱力学	81
4.4.2	ガウス分布の幾何学	82
4.4.3	時空間座標とカノニカル変数の間の変換則, エントロピー公 式の導出	84
4.4.4	双対性とバルク境界対応	85