

量子力学III / 量子力学特論

中村正明

平成 29 年 1 月 4 日

目次

1	表示	3
1.1	各表示の関係	3
1.2	Heisenberg 表示と古典力学	4
1.2.1	Heisenberg 型運動方程式の古典極限	5
1.3	Heisenberg 運動方程式を用いた計算	6
1.4	相互作用表示による摂動論	8
1.4.1	時間に依存する摂動	8
1.4.2	線形応答	8
2	Schrödinger 方程式の代数的解法	9
2.1	調和振動子	9
2.1.1	昇降演算子	9
2.1.2	波動関数の導出	10
2.2	球面調和関数	11
2.2.1	角運動量代数の導出	11
2.2.2	Schrödinger 方程式の書き換え	12
2.2.3	角運動量演算子の極座標表示	13
2.2.4	球面調和関数の導出	14
3	水素原子と Runge-Lenz ベクトル	17
3.1	Kepler 運動と離心ベクトル (古典力学)	17
3.2	Bohr-Sommerfeld 模型 (前期量子論)	18
3.3	量子力学的取り扱い	20
4	角運動量とスピン	23
4.1	Stern-Gerlach の実験	23
4.2	軌道角運動量とスピン	24
4.3	角運動量の行列表示	25
4.4	スピンの回転	27
4.5	角運動量の合成とその固有関数	28
4.5.1	一般論	28
4.5.2	スピンの合成 $\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2}$	30
4.5.3	スピンの合成 $\frac{1}{2} \otimes 1$	31
4.5.4	スピンの合成 $1 \otimes 1$	31
4.6	3 スピンの合成とカイラリティ	32
4.7	Schwinger ボゾン表示	34
4.8	AKLT 模型と VBS 状態	35
5	電磁場とその量子化	37
5.1	磁場中の荷電粒子のハミルトニアン	37
5.2	局所ゲージ変換と荷電粒子の Schrödinger 方程式	38
5.3	Zeeman 効果	39
5.4	Landau 準位	40
5.5	電磁場の量子化	42
5.6	Fermi の黄金律	44
5.7	光の吸収と放出	44
6	Dirac 方程式	45
6.1	Klein-Gordon 方程式とその問題点	45
6.2	Dirac 方程式	46
6.3	角運動量とスピン	47
6.4	電子の磁気モーメント	48
6.5	スピン・軌道相互作用	50

7	水素原子のエネルギー準位の微細構造	51
7.1	スピン・軌道相互作用があるときの水素原子	51
7.2	一様磁場中の水素原子	53
7.2.1	スピンを無視した場合	53
7.2.2	スピンを考慮した場合 (弱磁場)	53
7.2.3	スピンを考慮した場合 (強磁場)	54
8	散乱問題	55
8.1	量子力学における散乱問題	55
8.2	Green 関数による散乱振幅の計算	56
8.3	球対称ポテンシャルの場合の微分断面積	57
8.4	Coulomb ポテンシャルによる散乱	58
8.5	Green 関数	59
8.6	井戸型ポテンシャルによる散乱と位相のずれ	61
9	多粒子系と第 2 量子化	63
9.1	同種粒子	63
9.2	数表示と生成消滅演算子	64
9.3	場の演算子	66
9.4	多体系の演算子の表現	68
10	原子と分子	71
10.1	$Z = 2$ ヘリウム原子	71
10.2	Hartree-Fock 方程式	72
10.3	多電子原子の電子配置と周期律表	73
10.4	水素分子	78
11	AB 効果と Berry 位相	79
11.1	Aharonov-Bohm 効果	79
11.2	Berry 位相	81
12	グラフェンとトポロジカル絶縁体	85
12.1	Dirac ハミルトニアン	85
12.2	Hall 伝導率と Berry 位相	88
12.3	Haldane 模型	90
12.4	Kane-Mele 模型	91
12.5	Bernevig-Hughes-Zhang 模型	92
12.6	トポロジカル絶縁体の実験的検証	92
A	Levi-Civita テンソルを用いたベクトル解析	93
A.1	縮約公式	93
A.2	ベクトルの微分演算の公式とその応用	95
A.3	Levi-Civita テンソルによる公式の証明	97
A.4	量子力学の交換子の計算	98
B	電磁気学における単位系	99
B.1	MKSA 単位系と cgs-Gauss 単位系	99
C	球 Bessel 関数	100
D	計算の詳細	101