

多体系の量子力学

中村正明

January 26, 2021

Abstract

多粒子系の量子力学に関して、第 2 量子化法、絶対零度の Green 関数、温度 Green 関数、線形応答理論について要点を説明し、応用編として、超伝導とグラフェンに関する話題について議論する。

Contents

1	第 2 量子化	3
1.1	同種粒子	3
1.2	数表示と生成消滅演算子	4
1.3	場の演算子	6
1.4	多体系の演算子の表現	8
2	絶対零度の Green 関数	11
2.1	表示	11
2.2	時間発展演算子	12
2.3	断熱的な相互作用の導入	13
2.4	多体問題における Green 関数	16
2.5	Green 関数の Fourier 表示	18
2.6	Green 関数の摂動展開	20
2.7	Wick の定理	22
2.8	Feynman 図形	24
2.8.1	座標空間における Feynman の規則	24
2.8.2	運動量空間における Feynman の規則	27
2.8.3	Dyson 方程式	28
2.9	Green 関数と物理量	30
2.10	Green 関数の極と準粒子	33
2.11	Hartree-Fock 近似	35
3	有限温度の Green 関数	40
3.1	温度 Green 関数の導入	40
3.2	相互作用表示	41
3.3	有限温度における Wick の定理	42
3.4	温度 Green 関数の Fourier 表示	44
3.5	温度 Green 関数に対する Feynman 則	46
3.5.1	座標空間における Feynman の規則	46
3.5.2	運動量空間における Feynman の規則	48
3.5.3	Dyson 方程式	49
3.6	松原振動数の和	51
4	線形応答理論	53
4.1	絶対零度における線形応答理論	53
4.2	有限温度における線形応答理論	54
4.3	遅延相関関数と温度相関関数	55
4.4	感受率	58
4.4.1	遮蔽効果	58
4.4.2	磁化率	60
4.4.3	電子気体における Coulomb 遮蔽	62
4.4.4	運動方程式の方法: 乱雑位相近似	64
4.5	電気伝導率	66
4.5.1	電気伝導率の表式の導出	66
4.5.2	Green 関数による表現	67

4.5.3	不純物散乱と Green 関数	68
4.5.4	電気伝導率の具体的計算	71
5	超伝導	73
5.1	電子・フォノン系	73
5.1.1	波動方程式	73
5.1.2	格子振動の量子化	74
5.1.3	電子とフォノンの相互作用	75
5.1.4	結合場理論	76
5.2	BCS 理論	77
5.2.1	Bogoliubov 変換と Cooper 対	77
5.2.2	超伝導状態での Green 関数	78
5.2.3	ギャップ方程式の導出	80
5.2.4	転移温度 T_c の決定	82
5.2.5	ギャップ関数 $\Delta(T)$ の漸近形	82
5.2.6	熱力学量: 臨界磁場と比熱	83
6	グラフェン	86
6.1	Dirac ハミルトニアン	86
6.2	Dirac 粒子のハミルトニアン	88
6.3	Dirac 型粒子の基本的性質	90
6.4	電気伝導率	91
A	解析力学	93
A.1	古典力学	93
A.2	Schrödinger 方程式の「量子化」	94
B	計算の詳細	95